

### 9.4.1 Temperatur og hærdeteknologi

Af Wilson Ricardo Leal da Silva og Claus Vestergaard Nielsen



*Figur 1. På Storebæltsbroen – her oversiden af en ankerblok – blev styring af betonens temperatur under hærdning krævet for at forhindre revnedannelse.* 

Under betons hærdning afgives der varme på grund af cementens hydratisering. Det betyder en temperaturstigning i den hærdnende beton og en temperaturforskel mellem de forskellige dele af konstruktionen som følge af forskelle i deres afkølingsforhold.

Det er ikke ualmindeligt, at temperaturen inde i konstruktionen stiger 40-45 °C under hærdningen, specielt hvis konstruktionsdelene har store dimensioner – typisk mere end ca. 80 cm i tværsnit.

Det er vigtigt, at betontemperaturen under hærdningen ikke bliver for høj, da det kan medføre skadelige kemiske reaktioner i cementen.

Når overfladen afkøles hurtigere end tværsnittets midte, opstår der temperaturdifferenser mellem overflade og midte, hvilket kan give skadelige revnedannelser – såkaldte hærderevner. Betonhåndbogens afsnit 9.4.2 beskriver forskellige typer af hærderevner og hvilke temperaturkrav, som normalt anvendes til at undgå disse. Forskelle i middeltemperaturen mellem sammenstøbte konstruktionsdele kan ligeledes medføre skadelige revnedannelser.



Viden om fugt- og temperaturforholdene i hærdnende beton samt viden om de mekanismer, der styrer hærdningen og cementens hydratisering, kaldes ofte for hærdeteknologi. Denne viden er en vigtig del af planlægningen og udførelsen af en betonkonstruktion, hvor hærdeforholdene kan have stor betydning for konstruktionens holdbarhed og funktion. Grundlaget for hærdeteknologien, som benyttes i Danmark i dag, blev lagt i 1970erne i Karlstrup Betonforskningslaboratorium, bl.a. af P. Freiesleben Hansen [2].

# 9.4.1.1 Hærdeteknologi

Hærdeteknologien omfatter mange cementkemiske forhold, som kan findes i diverse lærebøger [1,2,3]. Dette kapitel omfatter kun de mere praktiske aspekter af hærdeteknologien og dens anvendelse til bestemmelse af temperaturforholdene i hærdnende beton.

De vigtigste parametre er cementtypen, anvendelse af mineralske tilsætninger (fx flyveaske eller mikrosilica) samt betonens v/c-forhold. Selve temperaturudviklingen i betonen afhænger stærkt af betonens initiale temperatur og muligheden for, at den dannede hærdevarme kan undslippe til omgivelserne.

I princippet kan en konstruktionsdel med en tykkelse på blot 0,5 m være følsom over for dannelse af hærderevner, hvis temperaturen fx stiger hurtigt og udgangstemperaturen er høj. Normalt vil tværsnitstykkelser på over ca. 0,8 m betegnes som følsomme overfor dannelse af hærderevner, og der kræves specielle tiltag og planlægning [4,6]. Hvis tykkelsen er mindre end ca. 0,4 m, vil der sjældent være risiko for termiske revner.

Den maksimale temperatur i betonen under hærdeprocessen bør begrænses med henblik på at undgå varmerelaterede skader på betonen. Dette omfatter primært skader forårsaget af forsinket ettringitdannelse (forkortes ofte som DEF efter den engelske betegnelse *Delayed Ettringite Formation*), som giver anledning til ekspansion og revnedannelse i betonen [1,3] – se også Betonhåndbogen kapitel 19.11 Sulfatangreb. Skader som følge af DEF sker oftest adskillige år efter støbning. Normalt stilles der krav til en maksimumtemperatur på 60 til 65 °C i betonens indre under hærdning. Der er også eksempler på maksimum temperaturkrav lige under 60 °C [4].

Den tilladte maksimumtemperatur i en betonkonstruktion under hærdning afhænger af konstruktionens funktion og det miljø, som konstruktionen eksponeres for [5]. Desuden har cementtypen og anvendelse af mineralske tilsætninger stor betydning for risikoen for DEF.

I det følgende afsnit gives en kort gennemgang af cements hydratiseringsproces og den tilknyttede varmeudvikling. Herefter følger et afsnit med fokus på betonkonstruktioners termiske egenskaber. Indholdet i disse afsnit skal tjene som grundlag for at forstå principperne bag varmeudvikling i beton samt numerisk simulering heraf [2,7,8].





Figur 2. Principskitse for varmeudvikling forbundet med cements hydratisering. Øverst ses varmeudviklingens hastighed q (typisk J/g/s). Nederst ses den akkumulerede hydratiseringsvarme Q (J/g). Bemærk at tidsaksen er logaritmisk voksende.

# Hydratisering og varmeudvikling

Cements hydratisering en exotermisk reaktion, som udvikler store mængder varme, hvilket medfører, at temperaturen stiger inde i en betonkonstruktion under hærdningen. Hydratiseringen begynder i det øjeblik, når de enkelte cementkorn kommer i kontakt med blandevandet, hvorfra der dannes varme med forskellig hastighed helt frem til fuldendt hydratisering. Flere lærebøger i betonteknologi anvender en faseopdeling for hydratiseringsprocessen [1], hvor figur 2 indikerer varigheden af de forskellige faser.

Fase 1 dækker over blanding og transport af betonen, og indeholder en ganske kortvarig, men meget intensiv og hurtig stigning i varmeudviklingshastigheden pga., at cementpartiklerne kommer i kontakt med blandevandet. Varmeudviklingen i fase 1 foregår dog så kortvarigt, at den ikke påvirker temperaturen af betonen målbart.

I Fase 2 aftager hastigheden af varmeudviklingen igen til en næsten konstant værdi meget tæt på nul. Fase 1 og 2 kaldes ofte for soveperioden (dormant period) og varer



typisk nogle få timer, hvilket også er perioden, hvor betonen udstøbes. Det er denne periode, der gør at betonen kan produceres på eb fabrik og transporteres relativt lange afstande til byggepladsen.

Derefter foregår afbindingen i Fase 3, hvor varmeudviklingshastigheden stiger kraftigt op til et lokalt maksimum - samtidig med, at betonen begynder at opnå mekaniske egenskaber som et faststof. Når afbindingen er fuldendt nogle timer senere, kan betonen betragtes som et fast materiale karakteriseret ved sædvanlige styrke- og stivhedsegenskaber. I disse indledende faser betegnes det hydratiserende materiale ofte som "ung beton".

I den efterfølgende Fase 4, der typisk måles i dage, aftager varmeudviklingens hastighed igen. Der kan dog optræde lokale toppe på varmeudviklingens hastighed i denne fase pga. de forskellige cementmineralers forskellige reaktionsprocesser og pga. andre tilsætningers reaktioner. Fase 5 er karakteriseret ved, at varmeudviklingshastigheden er meget lav, da hovedparten af de oprindelige cementkorn nu er hydratiseret. I Fase 5 opnår betonens styrke en asymptotisk (endelig) værdi – også kaldet senstyrke - og materialet kan betegnes som "hærdnet beton". Fase 5 fortsætter for nogle betonsammensætninger i årevis, men varmeudviklingen er forsvindende og bidrager kun marginalt til temperaturforholdene i betonens indre.

Den nederste del af figur 2 angiver hydratiseringsgraden, der er en parameter, som anvendes til at kvantificere, hvor fremskreden reaktionen mellem bindemiddel og vand er. Hydratiseringsgraden defineres som forholdet mellem mængden af hydratiseret (omsat) bindemiddel til et givet tidspunkt og den oprindelige mængde af bindemiddel [3,9].

Hvis det antages, at mængden af hydratiseringsprodukter er proportional med den udviklede hydratiseringsvarme, kan hydratiseringsgraden også udtrykkes som forholdet mellem den samlede mængde af dannet hydratiseringsvarme Q(t) og den teoretiske varmemængde  $Q_{pot}$ , som potentielt kan frigives ved en fuldstændig hydratisering af bindemidlet.

Det vil sige, at hydratiseringsgraden kan udtrykkes således:

$$\alpha_h(t) = \frac{Q(t)}{Q_{\text{pot}}}.$$
(1)

I praksis vil hydratiseringsgraden dog aldrig nå 100 %, og både varme- og styrkeudviklingen vil fortsætte i selv gammel beton. Den reelt opnåede hydratiseringsgrad for et givent bindersystem afhænger af mange faktorer, hovedsageligt mængden af tilgængeligt vand (dvs. v/c-forholdet) og binderens finhed. Teoretisk set vil fuldstændig hydratisering aldrig være mulig, hvis v/c-forholdet er lavere end ca. 0,40 pga. massebalancen mellem cementens bestanddele og vandmolekylerne. Dette kan udnyttes til at opnå en selvudtørrende beton til fx betongulve [10].



Normalt vil man registrere den tilsyneladende hydratiseringsgrad  $\alpha_{ap}$ , som kan udtrykkes ved forholdet mellem den målte varmeudvikling Q og den maksimale varmeudvikling, der kan måles ( $Q_{\infty}$ ) i et varmeudviklingsforsøg [2,8,11]:

$$\alpha_{ap}(t) = \frac{Q(t)}{Q_{\infty}} = \alpha_h(t) \cdot \frac{Q_{pot}}{Q_{\infty}}$$
<sup>(2)</sup>

Den tilsyneladende hydratiseringsgrad vil dermed altid opnå værdien 1 efter tilstrækkelig lang tid, selvom den tilhørende sande hydratiseringsgrad  $\alpha_h$  er lavere end 1.

Varmeudviklingen af en cement bestemmes af blandingsforholdet mellem de enkelte klinkermineraler. De 4 klinkermineraler C<sub>3</sub>S, C<sub>2</sub>S, C<sub>3</sub>A og C<sub>4</sub>AF bidrager til varmeudviklingen med hhv. 500, 260, 870 og 420 J/g [3,8]. Især C<sub>3</sub>A bidrager til en hurtig/tidlig varmeudvikling, hvilket er årsagen til, at Aalborg Portlands Lavalkali Sulfatbestandig cement (med lavt indhold af C<sub>3</sub>A) har en markant langsommere varmeudvikling end fx Aalborg Portlands Rapid cement. Egentlige lavvarmecementer opnås typisk ved at reducere andelen af C<sub>3</sub>S og C<sub>3</sub>A i cementen.

For de typiske danske cementtyper er den potentielle varmeudvikling  $Q_{pot}$  omkring 450 kJ/kg, men i praksis vil den målte varmeudvikling  $Q_{\infty}$  ligge i intervallet 320 til 350 kJ/kg. Forskellen skyldes dels, at hydratiseringen standser pga. manglen på vand, og dels at måling af varmeudviklingen efter nogen tid (fase 5 i figur 2) ikke er muligt med normalt laboratorieudstyr. Måleusikkerheden overstiger simpelt hen præcisionen.

I Danmark benyttes normalt en eksponentiel tre-parameter-model for varmeudviklingen [2,8,11], som har vist sig at give gode resultater i forhold til laboratoriemålinger:

$$Q(M) = Q_{\infty} \cdot \exp\left\{-\left(\frac{\tau}{M}\right)^{\alpha}\right\} = Q_{\infty} \cdot \alpha_{ap}(M) , \qquad (3)$$

hvor modenhedsalderen *M* er anvendt i stedet for betonens sande alder *t*. Modenhedskonceptet er nærmere forklaret nedenfor. Det skal bemærkes, at parameteren  $\alpha$  i (3) ikke må forveksles med hydratiseringsgraden anvendt i (1) og (2). I tre-parametermodellen er Q<sub>\u03c0</sub> den asymptotiske værdi, som varmeudviklingen langsomt nærmer sig, og som normalt angives i enheden kJ per kg cement eller bindemiddel. De to parametre  $\tau$  og  $\alpha$ , hvor førstnævnte har enheden timer, styrer varmeudviklingskurvens form. I et enkeltlogaritmisk diagram fås en S-formet facon som det er indikeret i figur 2 nederst. Figur 3 viser et typisk eksempel med tre-parameter-modellen tilpasset målte varmeudviklingsdata.

Måling af varmeudvikling kan foregå på flere forskellige måder [2,8,11,13]. Normalt benyttes et såkaldt høkasseforsøg, hvor en betonprøve placeres i en isoleret beholder, (ca. 5 liter) og temperaturen måles i en periode, indtil hovedparten af varmeudviklingen er sket. Måledata i figur 3 stammer fra denne type forsøg.





Figur 3. Varmeudvikling målt i høkasse og modelleret vha. (3). Modeldata er symboler og modellen er den sorte streg. Modelparametre er  $Q_{\infty} = 400 \text{ kJ/kg}; \tau = 13,4 \text{ timer}; \alpha = 1,2.$ 

### Modenhedskoncept

I Danmark har man traditionelt set anvendt et modenhedsbegreb baseret på Arrhenius' model [2,8,12]. Der findes også andre modenhedskoncepter, som kan anvendes. Der henvises til litteraturen for beskrivelse af disse [1,3].

Det er vigtigt at kunne bestemme modenheden, da hydratiseringsprocessen er stærkt afhængig af den temperatur, som den foregår ved. Dette er helt analogt med andre kemiske processer. Typisk vil man relatere de vigtige materialeegenskaber under hærdning til modenheden, hvorved der tages hensyn til den temperatur, som hærdningen foregår ved.

Modenheden af beton er defineret som den alder, som betonen ville have såfremt den var lagret ved en konstant temperatur på 20 °C. Dette er formuleret i følgende hastighedsfaktor H, der afhænger af temperaturen T:

$$H(T) = \exp\left\{\frac{E(T)}{R} \left(\frac{1}{293K} - \frac{1}{T + 273K}\right)\right\},\,$$

hvor aktiveringsenergien er givet ved:

$$E(T) = \begin{cases} 33.500 \text{ J/mol}, \ T \ge 20 \text{ °C} \\ 33.500 \text{ J/mol} + 1.470 \frac{\text{J}}{\text{mol °C}} (20^{\circ}\text{C} - T), \ T < 20 \text{ °C} \end{cases}$$

(4)



Hvor T = betontemperaturen i °C; E = aktiveringsenergien, der empirisk er fundet at afhænge af temperaturen [12] som anført og R = gaskonstanten (= 8,314 J/mol/°C).

Temperaturafhængigheden af aktiveringsenergien blev bestemt empirisk i 1970erne [12] på en enkelt beton med et vand/cement-forhold på 0,52 og baseret på en ren Portland cement. På trods af de mange forskelle i moderne betonrecepter set i forhold til dem, der herskede i 1970erne, anvendes formlen i (4) fortsat til stort set alle hærdeberegninger i Danmark og anbefales af RILEM samt i Eurocode 2.

Figur 4 indeholder en illustration af hastighedsfunktionen (4). Det ses tydeligt, at en fordobling af temperaturen, i forhold til referencetemperaturen 20 °C, medfører mere end en fordobling af hydratiseringshastigheden. En halvering af temperaturen medfører tilsvarende en halvering af *H*. Hvis temperaturen falder til et godt stykke under frysepunktet, går hydratiseringen så godt som i stå.

Der findes nyere laboratoriestudier, som indikerer at aktiveringsenergien anvendt i (4) er for lav i forhold til moderne cementtyper og anvendelsen af flyveaske, mikrosilica mv. [14]. Aktiveringsenergier i intervallet fra ca. 25.000 til mere end 40.000 J/mol blev rapporteret i en norsk laboratorieundersøgelse [14]. En forøgelse af aktiveringsenergien vil bevirke en forøgelse af hastighedsfunktionen for temperaturer over 20 °C og det modsatte i temperaturområdet under 20 °C [11]. Nyere danske undersøgelser har vist, at specielt for lagringstemperaturer over 40-45 °C overvurderes trykstyrken, når hastighedsfunktionen (4) benyttes [15]. Dette kunne indikere, at aktiveringsenergien for moderne cementtyper er lavere end givet i (4). Dette er et område, hvor mere forskning er nødvendig.

Når man kender temperaturen og den tilhørende hastighedsfunktion, kan man beregne modenheden ved at integrere op over tiden:

$$M(t) = \int_0^t H(T(x)) \, dx \approx \sum H(T_i) \cdot \Delta t_i \tag{5}$$

Hvor *t* er den rigtige tid (alder) og x er blot en hjælpestørrelse til brug for integrationen. Såfremt man opdeler temperaturhistorien i et antal konstante forløb kan man anvende det forenklede summationsudtryk i (5). I de perioder, hvor temperaturen er mindre end 20 °C vil modenhedsalderen øges langsommere end den rigtige alder og omvendt for temperaturer over 20 °C.





Figur 4. Hastighedsfunktionens temperaturafhængighed. Se [12].

Normalt bestemmes styrkeudvikling og andre betonegenskaber ved referencetemperaturen 20 °C i laboratoriet, hvorved alder og modenhed er identisk. Ved at benytte ovenstående modenhedskoncept kan disse egenskaber nemt skaleres fra referencetemperaturen til de realistiske temperaturhistorier, som opstår under virkelige hærdeforløb. Det skal også bemærkes, at på grund af temperaturforskelle hen over et betontværsnit vil der typisk være forskel på modenheden i tværsnittets varme indre og de koldere overflader.



### Eksempler på varmeudvikling

For cementer med mineralske tilsætninger gælder der, at hydratiseringsreaktionerne også afhænger af typen af de(n) mineralske tilsætning(er), som er iblandet cementen.

Eksperimentelle resultater viser, at størrelsen af varmebidraget fra mineralske tilsætninger afhænger af typen af det anvendte materiale. I figur 5 sammenlignes kurver for den frigivne hydratiseringsvarme (J pr. gram binder) for bindersystemer bestående af henholdsvis ren Portland cement og forskellige bindersystemer, hvor Portland cement er blandet med mineralske tilsætninger [16,17].

Generelt bidrager materialer som kalksten og kvarts samt flyveaske med et lavt calcium-indhold kun i ringe grad til varmeudviklingen, mens flyveaske med et højt calciumindhold, mikrosilica og granuleret højovnsslagge bidrager væsentligt mere. Den nøjagtige størrelse på bidraget til hydratiseringsvarmen fra de forskellige mineralske tilsætninger afhænger kort sagt af materialernes specifikke egenskaber og kemiske sammensætning. Med andre ord kan mineralske tilsætninger, som navngives ens, i sidste ende bidrage i forskellig grad til udvikling af hydratiseringsvarmen [17].



Figur 5. Resultater fra isotermisk kalorimetri for CEM I Portland cement blandet med: (a) flyveaske (FA) med lavt calcium-indhold (klasse F i amerikansk terminologi) og (b) granuleret højovnsslagge. Fra [17].

Litteraturen angiver forskellige empiriske ligninger til estimering af  $Q_{pot}$ , som er baseret på bindersystemets kemiske sammensætning, se eksempler på værdier i tabel 1.



Cementtype	<b>Q</b> <sub>pot</sub> (J/g bindermateriale)
Traditionel Portland cement	375-525
Slaggecement	355-440
Sulfatbestandig cement	350-440
Cement med flyveaske	315-420
"High-alumina" cement	545-585

*Tabel 1. Potentiel hydratiseringsvarme (Q<sub>pot</sub>) for forskellige cementtyper [18]* 

I Danmark anvendes normalt kun flyveaske og evt. mikrosilica sammen med CEM I. Erfaringsmæssigt vil flyveaske bidrage til varmeudviklingen med omkring 150 kJ/kg, hvilket svarer nogenlunde til halvdelen af cementens bidrag. Dermed kan den normale k-faktor på 0,5 også anvendes til beskrive varmeudviklingen for flyveaske [8]. Flyveaske optræder normalt i mængder på ca. 20 % af cementindholdet og derfor vil bidraget til varmeudviklingen tilsvarende udgøre omkring 10 % af den samlede hydratiseringsvarme. Det skal dog nævnes, at eftersom flyveaskens reaktion foregår langsommere og senere end cementens, vil flyveasken påvirke parametrene  $\alpha$  og  $\tau$  i (3) og dermed varmeudviklingens tidsmæssige udvikling.

Mikrosilica har erfaringsmæssigt vist sig at udvikle næsten den samme varme som cementen [8], men typisk er andelen af mikrosilica ganske lav og bidraget til varmeudviklingen bliver tilsvarende lavt. Der er tradition for, at varmeudviklingen for en given betonsammensætning bestemmes jævnligt i laboratoriet – fx vha. høkasseforsøg – for at være sikker på, at alle de nedennævnte faktorer er indeholdt i varmeudviklingsmodellen på korrekt vis. Det kan således ikke anbefales udelukkende at basere sine varmeudviklingsdata på overvejelser på basis af overslagsmæssige værdier, som kan findes i litteraturen.

Alt i alt er de væsentligste faktorer, som har indflydelse på hydratiseringsvarmens størrelse og udvikling, følgende: (a) Cementens kemiske sammensætning og mængden af cement, (b) type og mængde af mineralske tilsætninger, (c) cementens specifikke overfladeareal og kornstørrelsesfordeling, (d) vand/cement-forholdet og (e) den nyblandede betons temperatur.

Figur 6 viser nogle eksempler baseret på Aalborg Portlands måledata for deres forskellige cementtyper. Det ses tydeligt, hvordan de falder i to grupperinger. Lavalkali Sulfatbestandig cement har en markant langsommere og lavere slutvarme end de øvrige. Det skyldes en kombination af mere grov formaling og lavt indhold af C<sub>3</sub>A for netop denne cementtype. De øvrige tre opnår en slutvarme Q<sub>∞</sub> på 350 til 375 kJ/kg og har nogenlunde samme hældning på kurven. På de to grupperinger er der angivet hvilke værdier af  $\tau$  og  $\alpha$ , kurverne svarer til. Fra (3) erindres det, at parameteren  $\tau$  styrer, hvorpå M-aksen kurverne er placeret, og  $\alpha$  styrer hvilken hældning, der er på kurvernes retlinede del.

### Betonhåndbogen, 9 Udførelse





*Figur 6. Varmeudviklinger med 4 forskellige cementtyper. Data taget fra Aalborg Portlands sider i Dansk Beton bladet, november 2016. Baseret på Aalborg Portlands referenceforsøg i høkasse med vand/cement forhold 0,46uden tilsætninger. Målinger er kurvetilpasset udtrykket i* (3).

#### 9.4.1.2 Termiske egenskaber af beton

De termiske egenskaber af beton afhænger i høj grad af de termiske egenskaber af betonens forskellige delmaterialer. Eftersom beton består hovedsageligt af sand og sten er det ofte tilslaget, der er bestemmende.

De termiske materialeegenskaber, der benyttes her, svarer til dem som indgår i varmeligningen (9), som er givet i nedenstående afsnit. Det drejer sig om varmeledningsevnen  $\lambda$  og den specifikke varmekapacitet c (eller varmefylden). Førstnævnte bestemmer, hvor hurtigt varmetransport foregår i betonen og måles oftest i W/m·K, hvor K anvendes som temperaturenhed (Kelvin) i det følgende. Sidstnævnte bestemmer, hvor meget temperaturen af materialet stiger, hvis der tilføres en vis mængde varme og måles oftest i kJ/kg·K.

De termiske egenskaber ændres under hærdeprocessen på grund af: (a) Ændringer i mængden af frit vand i betonens poresystem som følge af hydratiseringsprocessen og vekselvirkning med omgivelserne (udtørring/opfugtning), og (b) hydratiseringsgraden, da hydratisering fører til ændringer i volumenandelen af henholdsvis ikke-hydratiseret cement, hydratiseringsprodukter og poresystemet. Ændringerne med hensyn til mængden af frit vand har langt den største effekt i forhold til de termiske egenskaber, mens effekten fra hydratisering i mange tilfælde kan negligeres.



De nedenfor anførte værdier for varmeledningsevne og varmekapacitet er gældende for normal beton med naturligt tilslag. For let konstruktionsbeton og andre letbetonprodukter, hvor en del af tilslaget er erstattet af ekspanderet ler henvises til 3.7 Letklinker. Sådanne betoner vil - med det samme cementindhold - blive varmere på grund af en lavere varmekapacitet, og generelt være længere tid om at slippe af med varmen på grund af den lavere varmeledningsevne. Revnerisikoen kan derfor blive relativt høj for denne type betoner. Se også 12.6 Let konstruktionsbeton.

### Betons varmeledningsevne λ

Definitionen på varmeledningsevne er den mængde energi, som strømmer igennem en 1 m tyk væg, hvis temperaturforskellen hen over væggen er konstant lig med 1 °C [3]. Varmeledningsevnen for hærdnet beton varierer mellem 0,85 og 3,5 W/m·K, når man kigger i litteraturen [1]. Værdien er stærkt afhængig af de anvendte tilslagstyper og vandmætningsgraden [1,3,21]. For konstruktionsbeton med en densitet på 2.200 til 2.300 kg/m<sup>3</sup>, er varmeledningsevnen typisk i intervallet fra  $\lambda = 1,6$  W/m·K til  $\lambda =$ 2,1 W/m·K [3], hvilket omregnet til kJ i timen svarer til 5,8 – 7,6 kJ/(m·h·K). Normalt anvendes en værdi på 6 kJ/(m·h·K) for hærdnende beton og 8 kJ/(m·h·K) for hærdnet beton [2,8], når man udfører temperatursimuleringer på beton.

Hydratiseringen af cement har en negligérbar indflydelse på betonens varmeledningsevne – med undtagelse af den helt tidlige alder. I litteraturen findes talrige eksempler på analytiske tilgange til simulering af varmeledningsevnens udvikling i hærdnende beton. Den mest simple tilgang består i at koble den overordnede effekt af betonens mikrostrukturelle udvikling med poresystemets gradvise udtørring for at beskrive varmeledningsevnens udvikling som en funktion af hydratiseringsgraden, fx

$$\lambda(t) = \lambda_0 \cdot (a_1 - a_2 \cdot \alpha_h(t)),$$

(6)

hvor  $\lambda(t)$  og  $\lambda_0$  repræsenterer henholdsvis den tidsafhængige og den initiale værdi for varmeledningsevnen, mens  $a_1$  og  $a_2$  er konstanter. Faria et al. har fx foreslået  $a_1 = 1,33$ og  $a_2 = 0,33$  [22]. Det er dog værd at bemærke, at adskillige forfattere er nået frem til pålidelige forudsigelser ved at se bort fra tidslige ændringer i varmeledningsevnens værdi og i stedet anvende gennemsnitsværdier, der udelukkende er baseret på betonsammensætningen. Varmeledningsevnen for en række typiske delmaterialer i beton er vist i tabel 2. Værdier er angivet både i enheden W/m·K og i kJ/(m·h·K), da begge enheder ofte anvendes i litteraturen. Omregning kan nemt foretages ved at multiplicere førstnævnte med 3,6.



Materiale	Densitet (kg/m³)	Varme- ledningsevne (W/m·K)	Varme- ledningsevne kJ/(m·h·K)	Specifik varmekapacitet (kJ/kg·K)		
Basalt (tung)	3100	1,9	6,8	0,84		
Basalt (medium)	2750	1,9	6,8	0,84		
Basalt (let)	2400	1,9	6,8	0,84		
Granit	2700	2,6	9,4	0,79		
Kalksten	2700	3,2	11,5	0,84		
Kvartssand	2650	3,0	10,8	0,84		
Kvartsit	2350	3,5	12,6	0,80		
Flyveaske (tung)	2400	0,6	2,2	0,84		
Flyveaske (let)	1900	0,4	1,4	0,84		
Slagge	2100	0,6	2,2	0,70		

Tabel 2. Densitet, Varmeledningsevne og Specifik varmekapacitet for en række delmaterialer til beton.

# Betons specifikke varmekapacitet c

Den specifikke varmekapacitet af konstruktionsbeton varierer normalt mellem 0,8 og 1,17 kJ/kg·K [2,3]. Der benyttes ofte en værdi på 1 eller 1,05 kJ/kg·K. Hvis man tager de varmeudviklinger, som er vist i figur 6 og kombinerer dem med en varmekapacitet på 1 kJ/ kg·K, et cementindhold på 400 kg/m<sup>3</sup> og en betondensitet på 2300 kg/m<sup>3</sup>, så vil man opnå en adiabatisk temperaturstigning på ca.

$$\frac{320\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 400\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 2300\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 56 \text{ °C} \text{ for Aalborg Portlands Lavalkali Sulfatbestandige cement,}$$

og tilsvarende en adiabatisk temperaturstigning på over 60 °C for de andre tre cementtyper i figur 6.

Tilslagsmaterialerne har normalt varmekapacitet på 0,84 kJ/kg·K og cement har lidt lavere (ca. 0,7 kJ/kg·K) og blandevand ca. 4,2 kJ/kg·K. Som det er tilfældet med varmeledningsevnen, så er betonens specifikke varmekapacitet stærkt afhængig af den specifikke varmekapacitet af de enkelte delmaterialer i betonen. En samlet værdi for betonens specifikke varmekapacitet (*c*) beregnes ofte ved brug af den såkaldte "rule of mixtures" [2,20], hvor værdien approksimeres som det vægtede gennemsnit af de enkelte delmaterialers varmekapaciteter (*c*<sub>i</sub>), og hvor vægtningen er baseret på det enkelte delmateriales vægtandel i betonen (*p*<sub>i</sub>):

Fremgangsmåden er dog principielt forkert, fordi nogle af delmaterialerne reagerer kemisk med hinanden - se også nedenfor.

Den specifikke varmekapacitet af tilslagene i beton afhænger af den mineralogiske sammensætning af de enkelte tilslagsmaterialer. Referenceværdier for varmekapaciteten for forskellige typer af tilslag er givet i tabel 2. Den specifikke varmekapacitets udvikling i forbindelse med hærdningen styres hovedsageligt af ændringer i vandindholdet samt den mikrostrukturelle udvikling som følge af bindersystemets hydratisering.



Men "indbygningen" af vand i hydratiseringsprodukterne bevirker, at den effektive varmekapacitet for vand reduceres til 2,20 kJ/kg·K. Det vil sige, at ovennævnte "rule of mixtures" dybest set ikke kan bruges til at opnå en nøjagtig beskrivelse af udviklingen af den samlede specifikke varmekapacitet som følge af hydratiseringsprocessen. Metoden kan dog fint anvendes til at beregne et groft estimat, da tilslagene langt hen ad vejen dominerer værdien af betonens samlede varmekapacitet på grund af deres høje volumenandel (typisk omkring 75 %) i blandingen. Dette er illustreret i figur 7 nedenfor.



Figur 7. Specifik varmekapacitet for cementpasta og beton estimeret ved brug af "rules of mixtures". Estimatet for beton gælder for en blanding med 47 % granit og 34 % kvartssand.

# Betons varmeudvidelseskoefficient $\alpha_c$

For at kunne kvantificere betons følsomhed med hensyn til termiske deformationer - nærmere bestemt risikoen for revnedannelse - anvendes den såkaldte varmeudvidelseskoefficient ( $\alpha_c$ ) – ofte betegnet som temperaturudvidelseskoefficienten.

Varmeudvidelseskoefficienten for beton definerer materialets deformation (eller tøjning) som følge af en temperaturændring på 1 °C. Selv om denne term formelt set kun refererer til volumen- eller længdeforøgelser forårsaget af opvarmning, så anvendes  $\alpha_c$ normalt til at beskrive både positive og negative volumenændringer, som følge af hhv. opvarmning og nedkøling. Dette er helt på linje med de fleste andre materialer. Temperaturudvidelse af beton er isotropisk, dvs. ens i alle retninger.

Temperaturudvidelseskoefficienten er stærkt afhængig af især tilslagstypen [1,3,25] og for normal beton har den typisk en værdi på 10 til  $12 \cdot 10^{-6}$ /°C. Stål har i øvrigt en udvidelseskoefficient af samme størrelsesorden, hvilket er grunden til ar armeret beton opfører sig nogenlunde som et homogent materiale, når det drejer sig om temperaturbetingede deformationer.



Eksperimentelle studier indikerer, at temperaturudvidelseskoefficienten for en cementpasta er afhængig af mængden af frit vand i materialet [23]. Generelle kurver for udviklingen af temperaturudvidelseskoefficienten målt i cementpasta og mørtel er vist i figur 8, hvor den indledningsvist høje a tilskrives det frie vand, som er tilgængeligt, når beton eller cementpasta endnu er et plastisk materiale. Kort efter at afbindingen har fundet sted, observeres et pludseligt fald. På dette tidspunkt svarer værdien til det dannede "skelet" af faste hydratiseringsprodukter, og denne værdi burde ikke ændre sig yderligere som følge af hydratiseringsprocessen. Derfor kan  $\alpha_c$  med rimelighed antages at være konstant i beton, når der simuleres temperaturbetingede spændinger i hærdnende beton, særligt når det gælder det temperaturinterval, som normalt observeres i hærdnende konstruktionsbeton [24].



Figur 8. Udvikling af varmeudvidelseskoefficienter målt i enheden 10<sup>-6</sup> /°C. For hærdnende cementpasta og mørtel (med 40 vol.% tilslag) med et v/c-forhold på 0,30. Figur fra [23].

Materiale / tilstand	αc <b>[10<sup>-6</sup>/°C]</b>
Beton (typisk værdi)	10 - 12
Beton, v/c-forhold 0,40, 72 vol.% tilslag, 5 % mikrosilica	7 - 11
Beton, v/c-forhold 0,45, 78 vol.% tilslag, kalksten som groft tilslag	5 – 7
Beton, v/c-forhold 0,45, 74 vol.% tilslag, grus fra ferskvandsmiljø som groft tilslag	8
Beton, v/c-forhold 0,30-0,45, 70 vol.% tilslag	6,5 - 7,6
Beton: Normal styrke (v/c-forhold 0,45) og høj styrke (v/c-forhold 0,31), 70 vol.% tilslag (kalksten)	10 - 11
Beton, v/c-forhold 0,40 (vandmættet, 28 døgn), 74 vol.% tilslag	9 - 11
Beton, v/c-forhold 0,44, 75 vol. tilslag (kiselholdigt sand samt kalk- sten som groft tilslag)	8,7

Tabel 3. Typiske varmeudvidelseskoefficienter for beton. Data fra [22,25-29]



I lighed med varmeledningsevnen, så er  $\alpha_c$  også stærkt afhængig af valget af betonens delmaterialer. Det gælder i særlig høj grad med hensyn til tilslagene. Når varmeudvidelsesdata for betonens enkelte delmaterialer er kendt, kan betonens samlede  $\alpha_c$  estimeret med god nøjagtighed på basis af fx Hobbs- eller Rosen Hashin-modeller [30,31]. Typiske værdier fra litteraturen er vist i tabel 3. Som det fremgår kan der være stor variation på de rapporterede temperaturudvidelseskoefficienter og normalt benyttes i Danmark en værdi på 10 til 11·10<sup>-6</sup> /°C for betoner til anlægskonstruktioner med knust granit.

# 9.4.1.3 Temperaturstyring i beton

Den friske betons temperatur spiller en vigtig rolle i forbindelse med en temperatursimulering. Om sommeren kan der være behov for at reducere den friske betons temperaturen pga. risiko for udvikling af høje maksimumstemperaturer i betonens indre. Om vinteren er udfordringen oftest, at betonen er meget langsom til at binde af og påbegynde sin styrkeudvikling, og der kan der være behov for at hæve temperaturen fx ved at tilføre varmt blandevand eller damp i blanderen.



*Figur 9. Middeltemperatur i Danmark måned for måned baseret på referenceperioden 2006-2015. Kilde: Dansk Metrologisk Institut.* 

Som en tommelfingerregel kan det antages, at en ændring af den friske betons temperatur på 1 °C vil medføre en tilsvarende ændring af den maksimale betontemperatur,



alt andet lige. Normalt vil den friske betons temperatur være stærkt afhængig af omgivelsernes middeltemperatur på støbetidspunktet, fordi tilslagsmaterialerne opbevares i bunker og siloer, der ikke er opvarmede. Figur 9 viser den normale gennemsnitlige døgntemperatur i Danmark året rundt. Frisk betons temperatur vil normalt ligge 5 til 8 °C over omgivelsernes temperatur, blandt andet fordi der tilføres betonen energi (varme) under blandeprocessen. Dog kan der være situationer, hvor cementen i siloen stadig er ganske varm fra cementproducenten, hvilket kan øge temperaturen af betonen.

Vinterstøbningsanvisningen [2] indeholder en metode til at beregne temperaturen af den friske beton ud fra de enkelte delmaterialers temperatur. Denne metode udtrykker blot, at når man blander materialer med forskellige starttemperatur og forskellige termiske egenskaber så kan temperaturen på blandingen beregnes vha. følgende udtryk:

$$T_B = \frac{\sum m_i c_i T_i}{\sum m_i c_i} , \qquad (7)$$

hvor index *i* angiver summationen over alle delmaterialerne, cement, vand, tilslag, etc. De anvendte parametre er m = delmaterialets vægt, c = delmaterialets varmekapacitet og T = delmaterialets starttemperatur.

Hvis betonproduktionen og konstruktionsarbejdet kan tilrettelægges således, at en afkøling af betonen kan opnås inden betonen hældes i formen, er det et godt udgangspunkt for at sikre, at en krævet maksimumtemperatur ikke overskrides. Dette dokumenteres normalt vha. temperatursimuleringer og efterfølgende temperaturmonitorering.

Det ses ofte, at der stilles særlige krav til større betonkonstruktioner. Disse krav kan variere både fra land til land og fra én virksomhed til en anden med hensyn til både værdier og typer af begrænsninger. Med hensyn til den praktiske udførelse af betonkonstruktioner udgør de følgende køletiltag praktisk anvendte metoder til styring af temperaturændringer [33]. I de tilfælde, hvor der er behov for at afkøle betonen, enten i forbindelse med blanding i den friske tilstand, eller efter støbning under hærdeprocessen kan følgende metoder anvendes:

- Afkøling af blandevand med flydende kvælstof eller delvis erstatning af blandevandet med is,
- Skyggefuld opbevaring af tilslagsmaterialer og placering af transportbånd eller oversprøjtning af de opbevarede tilslagsmaterialer med vand med henblik på afkøling gennem frigivelse af fordampningsvarme,
- Afkøling af den friske beton i roterbilen vha. flydende kvælstof, der injiceres i betonen.
- Blanding og støbning foregår på det tidspunkt af døgnet, hvor temperaturen er lavest, dvs. tidlig morgen.
- Køling af hærdnende beton med indstøbte kølerør, der gennemstrømmes af koldt vand.
- Kontrolleret overfladeafkøling af betonen.



Den sidstnævnte metode er dog normalt ikke særlig effektiv og anvendes stort set aldrig.

Et eksempel på et system til styring af betontemperaturen er vist i figur 10, og et uddrag af de mest almindelige metoder til temperaturstyring er kort beskrevet i det følgende.



Figur 10. Varmetråde og kølerør installeret i formen til en betonbjælke til styring af betontemperaturen i den hærdnende beton. Bemærk at der er tale om en forsøgsbjælke til undersøgelse af forskellige teknikker og målemetoder. Normalt vil der ikke optræde varmetråde og kølerør side om side i betonkonstruktioner.

#### Afkøling af frisk beton

Betontemperaturen kan sænkes ved at anvende koldt vand, ved at erstatte dele af blandevandet med is, eller ved brug af flydende kvælstof. Ved anvendelse af is, som delvis erstatning af blandevandet, kan den initiale betontemperatur  $T_B$  af betonblandingen estimeres ved følgende formel:

 $T_b = \frac{\sum_i m_i c_i T_i + m_{is} c_{is} T_{is} - m_{is} L_{is}}{\sum_i m_i c_i + m_{is} c_{vand}} ,$ 

(8)



Hvor  $m_i$  angiver vægten af de enkelte delmaterialer, hhv. blandevand, cement og tilslag, og  $c_i$  angiver varmekapaciteten for delmaterialerne. Temperaturen  $T_i$  angiver delmaterialernes starttemperatur på blandetidspunktet. Størrelsen  $m_{is}$  er vægten af den iblandede is og  $T_{is}$  er temperaturen.

Størrelsen  $c_{is}$  er den specifikke varmekapacitet for is (ca. 1,96 kJ/kg·K),  $c_{vand}$  er den specifikke varmekapacitet for vand (ca. 4,19 kJ/kg·K) og smeltevarmen for is  $L_{is}$  er ca. lig med 335 kJ/kg.

Slægtskabet mellem (7) og (8) er tydeligt, men det ses, at især isens smeltevarme, som udgøres af sidste led i tælleren i (8), medfører en markant reduktion af betonens starttemperatur. Hvis man alene reducerer blandevandets temperatur med ca. 10 °C vil betontemperaturen kun reduceres med et par grader. Hvis derimod halvdelen af blandevandet erstattes af is, kan betontemperaturen nemt sænkes med over 10 °C.

Bemærk, at en længere blandetid og eksponering til et varmere omgivende miljø vil forhøje den initiale betontemperatur med 1-3 °C. Det skal dog bemærkes, at håndtering af is i betonproduktion indeholder nogle logistiske udfordringer, som betyder, at metoden ikke er særligt udbredt.

Flydende kvælstof kan også injiceres direkte ind i tanken til opbevaring af blandevand, eller direkte i den friske beton efter blanding. Denne type anlæg er dog ikke særligt almindelige ud over i meget varme regioner.

Anvendelse af flydende kvælstof er desuden meget dyrt. Prisen for køling af betonen med flydende kvælstof vil ofte fordoble eller tredoble betonens pris.

# <u>Kølerør</u>

Afkøling med kølerør til at begrænse temperaturen i den nyudstøbte beton er meget almindelig på danske byggepladser. Uanset om der er tale om kølerør, der skal sænke temperaturen i tværsnittets midte pga. for høj maksimumstemperatur, eller fordi temperaturforskellene overstiger det tilladte, er anvendelse af kølerør en forholdsvis nem metode.

Denne metode består i at cirkulere en kold væske, sædvanligvis vand – ofte havvand gennem tyndvæggede rør, som er indstøbt i betonkonstruktionen. Systemets effektivitet afhænger af afstanden mellem rørene, rørenes størrelse, cirkulationshastigheden af kølevæske samt væskens temperatur. Anvendelsen af en ensartet horisontal og vertikal afstand mellem de enkelte rør resulterer i et ensartet afkølingsmønster, men variationer kan udnyttes. Det er vigtigt at undgå samlinger af rørene inde i betonkonstruktionen, da utætheder kan ødelægge betonen.

Teknikken er effektiv fordi den griber fat om selve problemet – nemlig varmeudviklingen - men den er forbundet med omkostninger relateret til designprocessen, materialeindkøb, installation og anvendelse. Det betyder, at metodens anvendelse ofte er begrænset



til store konstruktioner - typisk større anlægskonstruktioner eller tykke bundplader. I udlandet anvendes metoden fx ofte til dæmninger [4].

Kølesystemet aktiveres normalt i forbindelse med støbestart og forløber typisk nogle dage indtil maksimumtemperaturen er overstået. HETEK rapporterne [34] indeholder vejledning i, hvordan kølerør og kølevandets temperatur kan dimensioneres til en specifik opgave.

#### <u>Varmekabel</u>

En anden mulighed for at begrænse temperaturforskellen mellem den nyudstøbte beton og den gamle beton er at opvarme den gamle beton. Dette kan fx gøres ved at indstøbe varmekabler (nogle gange kaldet varmetråde) i den gamle beton, således at denne beton kan opvarmes til en passende temperatur før udstøbning af den nye beton. Den gamle beton opvarmes til den ønskede temperatur, hvorefter den nye konstruktionsdel støbes. Senest når den nye beton når maksimal hærdetemperatur, slukkes der for varmetrådene, så afkølingen af den gamle og den nye beton sker samtidig.

Ved denne metode kan der indstøbes varmekabler med en kapacitet, så en næsten vilkårlig opvarmning kan opnås. Antal og placering af varmekabler bestemmes på basis af temperatursimuleringer på den aktuelle konstruktion. I stedet for varmekabler kan også anvendes opvarmning med varmerør – analogt til kølerør. I nogle tilfælde kan kølerør genanvendes som varmerør ved efterfølgende støbninger

# <u>Varmemåtte</u>

En anden måde at begrænse temperaturforskellen mellem gammel og ny beton er at anvende varmemåtter til at opvarme den gamle beton. Varmemåtterne udlægges på overfladen af den gamle beton, og betonen opvarmes til den ønskede temperatur. Der næst udstøbes den nye beton, og senest når den nye beton når maksimal hærdetemperatur, slukkes for varmemåtterne.

Varmemåtter har den fordel, at de kan genbruges, men de har en begrænset kapacitet, så de kan ikke bruges til effektivt at opvarme massive konstruktioner, fx tykke fundamenter.

# Vintermåtter og isolering

En meget anvendt måde at holde på varmen og begrænse varmetabet igennem betonens overflader er ved at placere isolerende vintermåtter. Dette er medvirkende til at reducere de skadelige temperaturforskelle og anvendes specielt om vinteren og i situationer, hvor varmetabet igennem betonoverfladerne til den omgivende luft skal nedbringes. Isoleringsmåtter fås i forskellige tykkelser og materialer, og de mest brugbare kan genanvendes og er beskyttet af kraftig plastindpakning. Materialet er de sædvanlige velkendte isoleringsmaterialer som stenuld, skumplast, bobleplast mv.

Det er naturligvis vigtigt for vintermåtternes funktion, at de fastholdes i den ønskede position, således at vinden ikke blæser dem bort. Vintermåtterne virker bedst så længe,



at de ikke er trykket sammen pga. overliggende opmagasinering af materiel og materialer. Endeligt er det vigtigt for måtternes funktion, at de ikke er gennemblødte.

### 9.4.1.4 Simulering af temperaturudvikling i betonkonstruktioner

Det er varmeligningen, der normalt anvendes til at beregne temperaturer og varmetransport i et faststof. For beton, som hydratiserer og udvikler varme, kan varmeligningen (i en dimension) beskrives ved følgende differentialligning:

$\partial T_{-}$	$\lambda \partial^2 T$	$1 \partial Q_{con}$	(0)
$\partial t$	$\overline{c\rho}  \partial x^2$	$\int c\rho \partial t$	(9)

hvor *t* er tiden og *x* er stedkoordinaten. De andre parametre er:  $\rho$  = densitet af beton, *c* = betonens specifikke varmekapacitet, *T* = temperaturen, der afhænger af *t* og *x*,  $\lambda$ = varmeledningsevnen og  $Q_{con}$  = hydratiseringsvarmen målt pr. m<sup>3</sup> beton. De termiske egenskaber *c* og  $\lambda$  for betonen er beskrevet tidligere. Faktoren  $\lambda/c \cdot \rho$  betegnes den termiske diffusionskoefficient og har enheden m<sup>2</sup>/s. Den modsvarer kloriddiffusionskoefficienten i modellering af kloridindtrængning ved diffusion. Den termiske diffusionskoefficient vil typisk have værdier af størrelsesordenen 0,6·10<sup>-6</sup> m<sup>2</sup>/s til 0,9·10<sup>-6</sup> m<sup>2</sup>/s for beton med termiske egenskaber som nævnt tidligere [3]. Til sammenligning har stål og træ typisk termiske diffussionskoefficienter på hhv. ca. 14·10<sup>-6</sup> m<sup>2</sup>/s og 0,1·10<sup>-6</sup> m<sup>2</sup>/s, hvilket indikerer de store forskelle, som findes i de hastigheder, hvormed varme transporteres i de forskellige byggematerialer.

Varmeligningen udtrykt i (9) forudsætter, at de termiske egenskaber og densiteten er konstante i tid. For en mere detaljeret beskrivelse af varmeligningen og dens løsning henvises til speciallitteraturen.

Hvis man udelader det sidste led (varmeproduktionsleddet) i (9) ses det, at i særtilfældet med stationær tilstand – dvs. ingen ændring mht. tiden t – så vil den anden afledede af temperaturen mht. x være lig med nul. Dette er årsagen til, at endimensionelle temperaturfordelinger (fx igennem en væg) ofte følger en andengradsligning, der netop vil opfylde denne betingelse.

For at løse (9) kræver det kendskab til et antal randbetingelser samt en begyndelsesbetingelse for t = 0. Randbetingelserne, som er nødvendige for at løse ligningen vha. numeriske metoder, beskrives nedenfor. Randbetingelserne beskriver de varmetab eller temperaturforhold, der hersker på overfladen, og som styres af omgivelserne. Begyndelsesbetingelsen svarer til starttemperaturen af den friske beton.

Varmeudviklingsleddet i (9) svarer til udtrykket (3), der blev præsenteret i 9.4.1.1. Ligningen løses i en række tidsstep, og for hvert enkelt tidsstep beregnes, hvilken varme der er genereret af hydratiseringsprocessen, samt hvilken tilvækst dette svarer til i modenheden.

#### Varmeudveksling med omgivelserne, randbetingelser

Som nævnt ovenfor kræver en numerisk løsning af (8) et antal randbetingelser, hvor varmetransport, eller temperaturen er kendt. Varmetransporten i betontværsnittet og



den resulterende temperaturudvikling er påvirket af udveksling af varme med det omgivende miljø. En varmeudvekslingskoefficient *h*, som er baseret på konvektion [2] er normalt tilstrækkelig, og kan formuleres som:

$$h = (T_s - T_a) \cdot k \tag{10}$$

Hvor transmissionstallet *k* har enheden W/m<sup>2</sup>·K (= 3,6 kJ/h·m<sup>2</sup>·K) og beskriver varmetabet per arealenhed per grad temperaturforskel.  $T_s$  og  $T_a$  er hhv. temperaturen på betonoverfladen og i omgivelserne (ambient). Hvis omgivelserne er koldere end betonoverfladen fås et varmetab fra overfladen målt i W/m<sup>2</sup>.

Betonoverfladens varmeudvekslingskoefficient er påvirket af såvel geometriske som aerodynamiske parametre [21,26]. Transmissionstallet  $k_0$  for fri konvektion for beton kan antages at være lig med ca. 6,0 W/m<sup>2</sup>·K [35]. For at tage højde for den forcerede konvektion pga. vindens påvirkning, så benyttes nedenstående sammenhæng normalt i Danmark [2].

$$k = \left(\frac{1}{k_0} + \sum \frac{t_i}{\lambda_i}\right)^{-1}$$
(11)  
$$k_0 = \begin{cases} 20 + 14v \text{ for } v \le 5 \text{ m/s} \\ 25,6v^{0,78} \text{ for } v > 5 \text{ m/s} \end{cases} \begin{bmatrix} \frac{kJ}{hm^2K} \end{bmatrix}$$

Hvor v = vindhastighed i m/s og  $k_0$  har enheden kJ/h·m<sup>2</sup>·K. For overflader, der er beskyttet af et antal lag af materialer, såsom formplade, isoleringsmåtter, plastik mv., skal disse beskyttende lag indregnes i transmissionstallet som vist i (10) med  $t_i$  = tykkelsen af det *i*'te lag og  $\lambda_i$  = varmeledningsevnen for det *i*'te lags materiale. Det skal dog nævnes, at der findes andre modeller, som kan anvendes [36-38], men den viste er normalt anvendt i Danmark. Transmissionstallets variation med vindhastighed og forskellige overfladebeskyttelser er vist i figur 11. Det fremgår tydeligt, at for overflader med god isolering har vindhastigheden kun lille effekt på varmetabet, mens den for en uisoleret overflade kan betyde en mangedobling af transmissionstallet og dermed varmetabet fra overfladen.





*Figur 11. Transmissionstal taget fra* [2] *svarende til udtrykket i (11) afhængig af vindhastigheden. Bemærk dobbeltlogaritmisk skala.* 

Ud over udveksling af varme vha. konvektion findes der også varmeudveksling til omgivelserne vha. stråling, men denne type benyttes meget sjældent i praktiske beregninger. Derfor skal den ikke behandles yderligere.

Hvis betonoverflader er dækket af vand fx fra *bleeding* (dvs. vand fra en uønsket separeringsproces i frisk beton), eller vand til efterbehandling af betonen, eller evt. kondensation, kan man opleve varmeudveksling pga. fordampningsenergien af vandet. Faseovergangen i vand, som fordamper, og det tilhørende energiforbrug fra overfladen, fører til fordampningsforårsaget afkøling af betonoverfladen, som kan medføre et betydeligt fald i overfladetemperaturen.

Sådanne temperaturfald kan selvsagt føre til store temperaturgradienter og dermed til revnedannelse i overfladen. Denne skadelige effekt kan undgås ved at begrænse fordampningen fra betonoverfladen ved at tildække overfladen – fx med plastfolie.



### 9.4.1.5 Nomogram for maksimal temperatur i massive betonkonstruktioner

I nogen lande kan der være behov for at let at kunne vurdere og estimere maksimumtemperaturen i en massiv betonkonstruktion. Temperaturberegninger vha. beregningssoftware er enten for kompliceret og tidskrævende, eller der findes ikke tilstrækkelig viden og materialedata. På den baggrund er der blevet udviklet et såkaldt temperaturnomogram for hærdnende beton, som er enkelt at anvende, og som udgør et praktisk redskab til at opnå en indledende vurdering af, hvilken maksimumtemperatur, der kan forventes for en given beton [17]. Dette nomogram beskrives i det følgende.

Nomogrammet tager udgangspunkt i følgende parametre: (a) cementtype; (b) totalt binderindhold,  $C_B$  (kg/m<sup>3</sup>); (c) effektiv procentandel af mineralske tilsætninger, S (%); (d) tykkelsen af betontværsnittet, t (m); (e) initial betontemperatur,  $T_i$  (°C); og omgivelsernes gennemsnitstemperatur,  $T_a$  (°C). Den effektive procentandel af mineralske tilsætninger, S (%), afhænger af deres aktivitetsfaktor og bidrag til varmeudviklingen, se [17] for detaljer herom.

Temperaturnomogrammet i figur 12 approksimerer resultaterne fra numeriske analyser baseret på *finit-element*-metoden og den såkaldte *affinity hydration model* [7,17]. Der er tale om en endimensionel vægmodel med betontykkelsen *t*, som er afgrænset af 20 mm krydsfinér (støbeform) på begge sider. Betonegenskaber såsom varmekapacitet, varmeledningsevne og densitet, som indgår i simuleringen, er standardværdier for konstruktionsbeton, mens parametrene til hydratiseringsmodellen for Portland cement (CEM I 42,5 R) er hentet fra relevant litteratur [7].

Praktiske eksempler, hvor temperaturnomogrammet har været anvendt, inkluderer en række større betonkonstruktioner i Brasilien og Tjekkiet. Nogle af eksemplerne er vist i figur 13. Generelt har der været gode erfaringer med præcisionen af de forudsagte maksimumtemperaturer, når man sammenligner med målte værdier.

Nomogrammet kan ikke erstatte temperatursimuleringer, men i visse tilfælde kan det benyttes til at få overblik over, hvorvidt der er udfordringer med massive støbninger – fx dæmninger.

### Betonhåndbogen, 9 Udførelse



Vejledning til anvendelse af diagrammerne.:

- 1. Gå ind i diagrammet ved den relevante værdi for det totale binderindhold,  $C_{\rm b}$  (kg/m<sup>3</sup>)
- 2. Gå nedad til afskæring med den relevante kurve for S(%) og aflæs værdien
- 3. Gå horisontalt mod højre til den relevante elementtykkelse, t(m)
- 4. Gå nedad til den relevante kurve for initial betontemperatur,  $T_{i}\left(^{\circ}C\right)$
- 5. Gå mod venstre til den relevante temperatur for omgivelserne,  $T_a$  (°C)
- 6. Aflæs den estimerede maksimumtemperatur, T<sub>max</sub> (°C).





*Figur 12. Temperaturnomogram til estimering af den maksimale temperatur i konstruktionsbeton, hvor cementtypen CEM I 42.5R er anvendt. Taget fra [17].* 





Figur 13. Betonkonstruktioner, hvor temperaturnomogrammet er blevet anvendt til vurdering af maksimumtemperaturen: Betondæk/fundament (AZ Tower, Brno, Tjekkiet – Efter tilladelse fra R. Hela) (venstre); 1,0 m3 betonblok (Czech Technical University i Prag, Tjekkiet) (midten); brodæk (Nové Spojení, Prag, Tjekkiet – Efter tilladelse fra D. Prause) (højre).

# 9.4.1.6 On-site monitorering

On-site monitorering af betontemperaturen, det vil sige monitorering på selve byggepladsen, er forbundet med en række fordele. Fx opnås der en sikkerhed for, at passende betingelser for udvikling af de ønskede betonegenskaber er blevet opretholdt under en konstruktions opførelse.

Dette omfatter både en dokumentation og sikkerhed for, at hydratiseringsprocessen er foregået inden for de acceptable maksimumstemperaturer for betonen, men også mulighed for at træffe de fornødne tiltag for at minimere eller undgå skadelige temperaturbetingede revner.

Kombinationen af *on-site* måleresultater for både temperatur og tøjninger udgør et vigtigt datagrundlag til validering af de beregningsmodeller og antagelser, som er anvendt til at vurdere risikoen for revnedannelse i en given betonkonstruktion. Sådanne data kan desuden anvendes som grundlag for at forbedre beregningsmodeller og antagelser til gavn for fremtidige projekter.

De uddragne resultater og konklusioner vil altid være behæftet med visse usikkerheder. De primære årsager er (i) måleusikkerheder ved den anvendte metode, (ii) påvirkningen af målesensorers tilstedeværelse i det miljø, hvor målingerne foretages, og (iii) behovet for at gøre antagelser for at kunne relatere de målte værdier korrekt til betonens faktiske opførsel. Den sidstnævnte årsag er hovedsageligt knyttet til tøjningsmålinger, som er påvirket af eventuelle forskelle mellem sensor og beton i forhold til varmerelateret udvidelse. Desuden kan korrelationen mellem tøjningsmålinger og den samlede spændingshistorik være betydeligt påvirket af supplerende viskoelastisk tøjning af betonen. Sædvanligvis er indflydelsen af måleusikkerheder af mindre betydning – særligt hvis der anvendes veletablerede standardmetoder.

Placeringen af sensorer i en betonkonstruktion bør arrangeres langs de hovedakser, hvor ændringerne finder sted. Det nødvendige antal sensorer langs hver akse afhænger af formen på den parameterfordeling, som skal observeres. De parametre, som skal monitoreres, det vil sige temperatur og tøjninger, udviser normalt en volumetrisk fordeling i konstruktionsdele af beton, således at sensorer skal arrangeres i alle tre dimensioner. Én forenkling kan være udnyttelsen af symmetri i dybden, hvis for- og bagside



udviser sammenlignelige forhold, hvilket giver mulighed for reduktion af antallet af sensorer. Årsagen er, at de parametre, der skal observeres, næsten altid er konstante i én dimension.



Figur 14. Eksempel på kabelføring til monitoreringssystem for en betonbjælke. Den viste bjælke er identisk med forsøgsbjælken i figur 10 og det viste antal kabler til monitorering er ikke normalt for en almindelig støbning.

Andre væsentlige aspekter er kabelføring og forhold vedrørende opsamling af data. I forbindelse med omfattende monitoreringsopsætninger kan kabelføringen blive en udfordrende opgave, som bør udføres med omhu. Situationen er eksemplificeret i figur 14, hvor bundterne af ledning til et monitoreringssystem ses for en betonbjælke udført ved Teknologisk Institut.

Generelt er *on-site* monitorering af eksponeringsforhold af stor betydning, når det gælder udstøbning og efterbehandling af beton. De tre overordnede formål med at foretage en sådan monitorering er:

- At få styr på de ydre forhold (det vil sige omgivelsernes temperatur, solstrålingen, vindhastighed) forud for udstøbningen, hvilket tillader en forudgående empirisk evaluering af risikoen for revnedannelse,
- At monitorere de ydre betingelser i forbindelse med udstøbning og efterbehandling af beton med henblik på at gennemføre de nødvendige tiltag for at undgå revnedannelse (det vil sige omgivelsernes temperatur og fluktuationer i relativ luftfugtighed),



• At inkorporere de forventede ydre eksponeringsforhold i *finite-element*-modellering som inputparametre med henblik på numerisk estimering af spændinger i betonen forårsaget af varmepåvirkning, krybning og svind.

### Måling af relevante randbetingelser for hærdnende betonkonstruktioner

Omgivelsernes temperatur måles med termofølere (thermocouples), da dette er en billig løsning med tilstrækkelig nøjagtighed. En målefrekvens på 1 gang pr. time er ofte tilstrækkelig.

Monitorering af den relative luftfugtighed er normalt af mindre betydning i forbindelse med hærdning af store betonelementer. Selvfølgelig afhænger fugtafgivelse ved betonoverfladen også af den relative luftfugtighed, men gennemsnitlige værdier fra nærved liggende vejrstationer kan give et tilstrækkeligt input til videre analyse.

Monitorering af solstrålingens intensitet er hovedsageligt påkrævet som input til *finite-element*-modellering med det formål at løse problemet vedrørende varmeudveksling gennem stråling og at forbedre modelberegningernes nøjagtighed. Solstrålingens intensitet på en horisontal overflade måles ofte *on-site* ved brug af pyranometre. Måling af solstrålingens intensitet på en betonoverflade kan foretages med tilstrækkelig nøjagtighed ved hjælp af et billigt silicium-pyranometer.

Måling af vindhastigheden vurderes ikke at være bydende nødvendig, da kun særdeles høje vindhastigheder kan have en skadelig effekt på et massivt betonelement, hvor fordampning og afkøling af eksponerede overflader hurtigt vil stige, hvilket potentielt kan føre til revnedannelse på grund af temperaturchock eller udtørring, alt efter omgivelsernes temperatur og den relative luftfugtighed. Vindhastigheden fluktuerer normalt med tid og sted og stiger med højden og er generelt påvirket af det omgivende miljø. Hvis det kræves, at vindhastigheden måles, gøres dette med vindmålere; komplekse mikroklimatiske vekselvirkninger kan dog gøre det vanskeligt at foretage præcise vindmålinger.

#### Temperaturmålinger i hærdnende beton

Der findes forskellige typer af temperatursensorer, som er egnede til måling af temperatur i beton, og som fungerer ved hjælp af forskellige principper og giver målinger med forskellig nøjagtighed. De oftest anvendte er termofølere, samt såkaldte *resistance temperature detectors* og *thermistors*, men mere moderne typer, som inkorporerer fiberoptiske sensorer og trådløs monitorering, er også begyndt at vinde frem. En kort gennemgang af de mest gængse sensorer til temperaturmonitorering i hærdnende betonkonstruktioner gives her:

Termofølere (*thermocouples*) er de oftest anvendte temperatursensorer, når det gælder monitorering af temperaturen i beton. Det skyldes, at termofølere er billige og nemme at installere. Basalt set måles temperaturen ved, at der genereres en temperaturafhængig spændingsforskel mellem to ledere, som består af hver sin type metal, eksem-



pelvis nikkel-legering og platin/rhodium-legering. Hver type af termoføler er kendetegnet ved et bogstav, fx Type E, K, T, R, osv. Disse typer dækker over en stor variation med hensyn til både måleinterval og målenøjagtighed. Type K (chromel-alumel) og Type T (kobber-konstantan) termofølere anvendes normalt i beton, hvilket sikrer en nøjagtighed på henholdsvis ca. 1,0 °C og 0,5 °C.

*Resistance temperature detectors* (RTD'er) giver generelt bedre målenøjagtighed, stabilitet og repetérbarhed i sammenligning med termofølere. I modsætning til termofølere, så detekterer RTD'er temperaturen gennem ændringer i modstanden af et særligt materiale. De fleste RTD'er er opbygget af en tråd, som er viklet omkring en kerne af glas eller et keramisk materiale samt en RTD-tråd af nikkel, platin eller kobber. RTD'er kan designes således, at nøjagtigheden kommer under 0,2 °C. Selvom RTD'er muliggør måling med høj nøjagtighed, så er de generelt de dyreste temperatursensorer, hvilket ikke er et positivt aspekt, når det tages i betragtning, at sensoren ikke kan tages ud til genanvendelse efter, at den er blevet indstøbt i beton.

*Negative temperature coefficient (NTC) thermistors* er elektriske resistorer, som er følsomme over for varmepåvirkning og fungerer på basis af halvledereffekten. *Thermistors* er opbygget af en blanding af metaloxider, fx NiO, Mn<sub>2</sub>O<sub>3</sub> og Co<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, som er indkapslet i glas eller epoxy. Disse sensorer har en høj temperaturkoefficient for modstand. Denne egenskab bidrager til at gøre det enkelt at måle og til at minimere eventuelle fejl, der kan opstå pga. strømførende ledninger. *Thermistors* giver større nøjagtighed end termofølere, det vil sige 0,2-0,4 °C, men er en noget dyrere løsning end den sidsnævnte. I lighed med RTD'er er *Thermistors* utilgængelige for genanvendelse efter indstøbningen i beton.

# <u>Tøjningsmålinger i hærdnende beton</u>

Tøjninger i beton måles normalt ved brug af *strain guages* eller *ekstensometre*. Hver af disse er kort beskrevet i det følgende:

Med *strain gauges* måles deformation ved hjælp af ændringer i elektrisk modstand. Valget af *strain gauge*-type afhænger af anvendelsen og den forventede tøjningsstørrelse. Såkaldte *foil strain gauges* er relativt billige og anvendes derfor ofte til monitorering af tøjninger i hærdnende beton. Tøjningsmålingerne udføres enten ved at montere måleapparatet på armeringsjernet eller ved at indstøbe det i betonen. Førstnævnte mulighed er en relativ nem tilgang, som ofte foretrækkes til monitorering af *on-site* tøjningsudvikling for hærdnende beton. Den sidstnævnte mulighed anvendes derimod sjældent, da måleapparatet som udgangspunkt bør monteres på en fast overflade. I det tilfælde kan *strain gauge*'en monteres på et stykke metal med kendt E-modul og derefter fikseres i den ønskede position.

Der findes også en anden type *strain gauge*-måleinstrument, der er baseret på et princip, der hedder *vibrating wire*. I disse transducere er der en lille skive i hver ende af en transducer. Mellem de to skiver er der en opspændt wire, og wirens svingningsfrekvens



ændrer sig, når afstanden mellem de to skiver ændres. Metoden er relativ dyr, da transduceren indstøbes og således ikke kan genbruges. Metoden er ikke ret meget brugt i Danmark.

*Tøjningsmåling med deformationsmålere*: Et alternativ til at måle med indstøbte *strain gauge*-sensorer er at måle deformationen på overfladen af betonen med deformationsmålere.

LVDT transducere er transducere, der direkte måler en deformation mellem to punkter på overfladen. På basis af den målte deformation og den valgte målelængde kan tøjningen dernæst findes. En relativ enkel måde til fastgørelse af sådanne transducere er vist i figur 15. De viste transducere er forsynet med et ledleje i begge ender, og de fastgøres til betonoverfladen ved hjælp af små indborede rawlplugs. Transducerne fås i forskellige længder og dermed også med forskellige nøjagtigheder.



Figur 15. Længdetransducere af typen LVDT.

*Demec*-måling er en anden og meget nøjagtig måde til at måle tøjninger på betonens overflade. Det er en ren manuel måling, men metoden er simpel. Metoden går ud på, at der pålimes en række målepunkter i den linje, hvor tøjningen skal måles. Målepunkterne er små – cirka 5 mm – metalskiver med en lille fordybning i midten. Måleinstrumentet har en målespids i hver ende, og disse målespidser placeres i fordybningerne i de to målepunkter. Figur 16 viser instrumentet i brug.



Figur 16. Demec-måling af tøjninger i betonoverfladen.

#### 9.4.1.7 Litteratur

- [1] Neville, A.M.: *Properties of Concrete*, 4th ed. Wiley, London, UK, 1997.
- [2] Freiesleben Hansen, P. & Pedersen, E.J., *Vinterstøbning af beton*, SBi anvisning 125, 1999. <u>www.teknologisk.dk/vinterstoebning-af-beton/239</u>



- [3] Herholdt, A.D., et al.: *Beton-Bogen*, Aalborg Portland CtO, 2. udgave 1985 www.aalborgportland.dk
- [4] Gajda, J.; Vangeem, M.: "Controlling temperature in mass concrete", *Concrete International*, ACI 24(1):59-62, Jan. (2012)
- [5] Godart, B.; Divet, L.: "DEF prevention in France and temperature control at early ages", *CONCRACK 3 RILEM-JCJ Int. workshop on crack control of mass concrete and related issues concerning early-age of concrete structures*, pp. 35-44, Paris, France, March (2012)
- [6] American Concrete Institute *ACI 207.1R-05: Guide to Mass Concrete*, Farmington Hills, MI, US (2005)
- [7] Leal da Silva, W.R.; Šmilauer, V.; Štemberk P.: "Upscaling semi-adiabatic measurements for simulating temperature evolution of mass concrete structures", *Materials and Structures*, 48(4):1031-41, 2015.
- [8] Rasmussen, T. & Andersen, T.: *Hærdeteknologi*, Beton-Teknik, 6/15/1989, CtO, Aalborg Portland.
- [9] de Schutter G. & Taerwe L.: "General hydration model for Portland cement and blast furnace slag cement". *Cement and Concrete Research*, 25(3):593–604, 1995.
- [10] Fabriksbetonforeningen, *Selvudtørrende gulve til gavn for byggeriet*, 2013, <u>www.danskbeton.dk/fabriksbeton/publikationer</u>
- [11] Nielsen, C.V., "Modeling the heat development of concrete associated with cement hydration", *Concrete Heat Development: Monitoring, prediction and management*, ACI Special Publication SP-241, 2007, pp. 95-110.
- [12] Freiesleben Hansen, P. & Pedersen, E.J.: "Måleinstrument til kontrol af betons hærdning", *Nordisk Betong*, No. 1, 1977, pp. 21-23.
- [13] Sørensen, E.V.: *Betons hærdevarme*, Beton-Teknik, 3/10/1981, CtO, Aalborg Portland.
- [14] Kanstad, T.; Hammer, T.A.; Bjøntegaard, Ø. & Sellevold, E.J.: "Mechanical properties of young concrete: Part I: Experimental results related to test methods and temperature effects", *Materials and Structures*, Vol. 36, 2003, pp. 218-225.
- [15] Kaasgaard, M.: *Styrkeudvikling og kloridindtrængning i moderne betontyper*, Præsentation på Dansk Betondag 2012, <u>www.danskbetonforening.dk</u>
- [16] Pane, I.; Hansen, W.: "Investigation of blended cement hydration by isothermal calorimetry and thermal analysis", *Cement and Concrete Research* 35(2005):1155-1164 (2005)



- [17] Leal da Silva W. R. and Smilauer V.: "Nomogram for Maximum Temperature of Mass Concrete", *ACI Concrete International*, 37(5):30-36, 2015.
- [18] D. P. Bentz.: "Verification, Validation, and Variability of Virtual Standards". In J. J. Beaudoin, J. M. Makar, and L. Raki, editors, 12th International Congress on the Chemistry of Cement, 2007.
- [19] W. Czernin.: *Cement Chemistry and Physics for Civil Engineers*. Bauverlag GmbH, Wiesbaden und Berlin, 2nd ed., 1980
- [20] D. P. Bentz.: "Transient Plane Source Measurements of the Thermal Properties of Hydrating Cement Pastes". *Materials and Structures*, 40(10):1073-1080, 2007.
- [21] Kim K.H., Jeon S.E., Kim J.K., Yang S.: "An experimental study on thermal conductivity of concrete". *Cement and Concrete Research*, 2003, 33(3): 363-371.
- [22] Faria R., Azenha M. and Figueiras J. A.: "Modelling of concrete at early ages: Application to an externally restrained slab". *Cement & Concrete Composites*, 2006, 28:572–585.
- [23] Wyrzykowski M., Lura P.: "Moisture dependence of thermal expansion in cementbased materials at early ages", *Cement and Concrete Research*, 53 (2013) 25-35.
- [24] de Schutter G.: "Finite element simulation of thermal cracking in massive hardening con-crete elements using degree of hydration based material laws". *Computers and Structures*, 2002, 80:2035–2042.
- [25] Bamforth, P.B.: *Early-age thermal crack control in concrete*, CIRIA C660, 2007.
- [26] Bentz D.: "A review of early-age properties of cement-based materials". *Cement and Concrete Research*, 2008, 38(2):196 204.
- [27] Bentz D, Peltz M, Dur´an-Herrera A, Valdez P, Juarez C.: "Thermal properties of high-volume fly ash mortars and concretes". *Journal of Building Physics*; 2011, 34(3):263 –75.
- [28] Grasley Z, Lange D.: "Thermal dilation and internal relative humidity of hardened cement paste". *Materials and Structures*, 2007, ;40(3):311–7.
- [29] Sellevold E. J. and Bjøntegaard Ø.: "Coefficient of thermal expansion of cement paste and concrete: Mechanisms of moisture interaction". *Materials and Structures*, 2006, 39:809–815.
- [30] Hobbs D.: "The dependence of the bulk modulus, Young's modulus, creep, shrinkage and thermal expansion of concrete upon aggregate volume concentration". *Materials and Structures*; 1971, 4(2):107–14.



- [31] Rosen BW, & Hashin Z.: "Effective thermal expansion coefficients and specific heats of composite materials". 1970, *Int J Eng Sci*;8(2):157–73.
- [33] American Concrete Institute ACI Committee 207: *Report on Thermal and Volume Change Effects on Cracking of Mass Concrete*, (ACI 207.2R-07), 2011.
- [34] HETEK: *Hærdestyring, Anvisning*, Rapport nr. 125, 1997, Vejdirektoratet.
- [35] Branco F. A., Mendes P. A., Mirambell E.: "Heat of hydration effects in concrete structures". *ACI Mat. Journal*, 1992, 89(2):139–145.
- [36] Briffaut M., Benboudjema F., Torrenti J.-M. and Nahas G.: "Effects of the early age thermal behaviour on long term damage risk in massive concrete structures". *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 2012, 16(5):598–605.
- [37] Lee Y, Choi MS, Yi ST, Kim JK.: "Experimental study on the convective heat transfer coefficient of early-age concrete". *Cement and Concrete Composites*; 2009, 31(1):60 – 71.
- [38] Šmilauer V. and Krejíč T.: "Multiscale model for temperature distribution in hydrating concrete". *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 2009, 7(2):135-151.